Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université d'Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences de la Matière

Département de Physique

1ère Master Physique Médicale. **Durée : *1h 30mn.***

Sol-Examen de remplacement : Méthodes de traitement du signal et d'images.

Questions de cours : (6 pts)

1. Quelle est la caractéristique principale d'un filtre numérique RII ?
   a) Il a une réponse impulsionnelle infinie.
   b) Il a une réponse impulsionnelle finie.
   c) Il a des pôles dans la fonction de transfert.
   d) Il a des zéros dans la fonction de transfert.
2. Quelle est la stabilité générale des filtres RIF et RII ?
   a) RIF est toujours stable, RII peut être instable.
   b) RIF peut être instable, RII est toujours stable.
   c) Les deux sont toujours stables.
   d) Les deux peuvent être instables.
3. Quelle mesure caractérise la dispersion d'un processus aléatoire ?
   a) La moyenne
   b) La variance
   c) L'énergie totale
   d) La puissance moyenne.
4. Quelle est la résolution spatiale d'une image numérique ?
   a) Le nombre de pixels par unité de longueur.
   b) La profondeur de bits par pixel.
   c) La taille totale de l'image en mégaoctets.
   d) La fréquence d'échantillonnage de l'image.
5. Qu'est-ce que la fréquence de Nyquist en relation avec l'échantillonnage d'une image médicale ?
   a) La fréquence maximale contenue dans l'image.
   b) La fréquence minimale contenue dans l'image.
   c) La fréquence à laquelle l'image est échantillonnée.
   d) La fréquence à laquelle l'image doit être échantillonnée pour éviter l'aliasing.
6. Quelle méthode de détection des contours est robuste au bruit, mais nécessite un seuil bien défini ?
   a) Méthode de Laplace.
   b) Méthode de Sobel.
   c) Méthode de Canny.
   d) Méthode de Hough.

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université d'Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences de la Matière

Département de Physique

<u>Exercice n°1</u>: (6 pts)

Soit $x[n]$=[1, 2, 1, 0].

a) Calculez la *TFD* de $x[n]$;

b) Calculer le module (*spectre*) et la phase de $x[n]$;

c) Tracer le spectre et la phase de $x[n]$;

d) Déterminez la *TFD inverse* de $Z[k]$= [4, -2*j*, 0, 2*j*] ;

<u>NB :</u> On donne la formule de la TFD : $X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$

La TFD inverse : $x[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$

Le module : $|X(k)| = \sqrt{\mathrm{Re}(X(k))^2 + \mathrm{Im}(X(k))^2}$

La phase : $\mathrm{Phase}(X(k)) = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(X(k))}{\mathrm{Re}(X(k))}\right)$

a) Calcul de la TFD de $x[n] = [1, 2, 1, 0]$:

La TFD (Transformation de Fourier Discrète) de $x[n]$ est donnée par la formule:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

Pour $x[n] = [1, 2, 1, 0]$ avec $N = 4$, la TFD $X(k)$ devient:

$$X(k) = e^{-j\frac{\pi}{2}k} + 2e^{-j\pi k} + e^{-j\frac{3\pi}{2}k}$$

La Transformée de Fourier Discrète (TFD) de la séquence $x[n] = [1, 2, 1, 0]$ est :

$$X[k] = \begin{cases} 4 + 0j & \text{pour } k = 0 \\ 0 - 2j & \text{pour } k = 1 \\ 0 + 0j & \text{pour } k = 2 \\ 0 + 2j & \text{pour } k = 3 \end{cases}$$

b) Calcul du module (spectre) et de la phase de $x[n]$:

Le module $|X(k)|$ et la phase $\angle X(k)$ de $X(k)$ sont calculés comme suit:

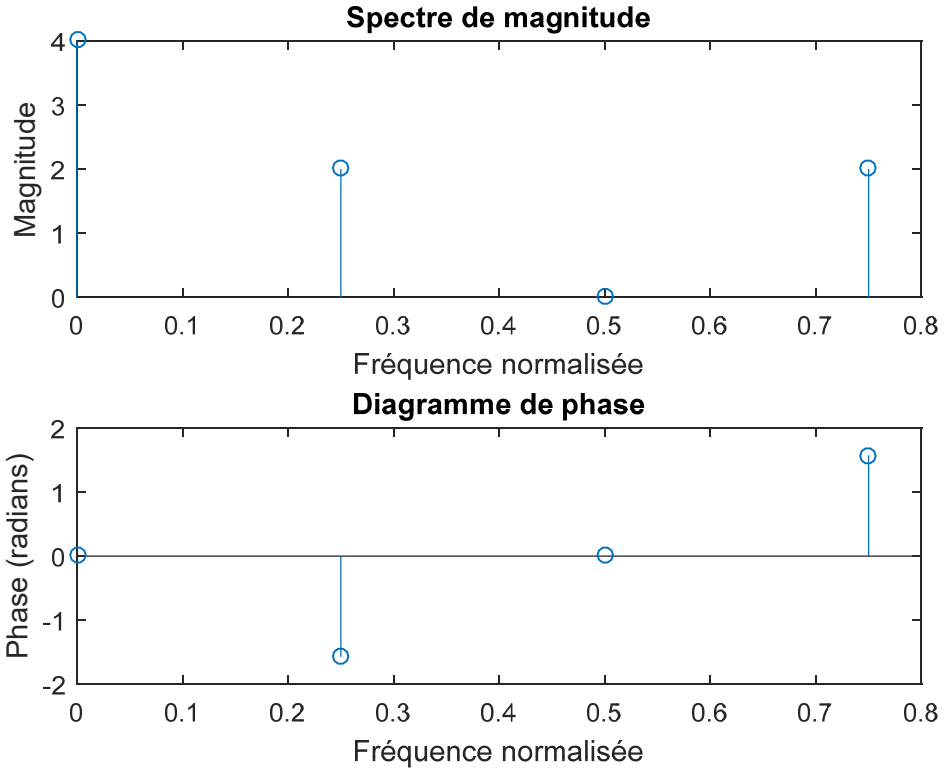
$$|X(k)| = \sqrt{\mathrm{Re}(X(k))^2 + \mathrm{Im}(X(k))^2}$$

$$\angle X(k) = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(X(k))}{\mathrm{Re}(X(k))}\right)$$

1. Pour $k = 0$:
   - Module: 4
   - Phase: 0 radians
2. Pour $k = 1$:
   - Module: 2
   - Phase: $-\frac{\pi}{2}$ radians (soit -90 degrés)
3. Pour $k = 2$:
   - Module: 0
   - Phase: 0 radians
4. Pour $k = 3$:
   - Module: 2
   - Phase: $\frac{\pi}{2}$ radians (soit 90 degrés)

c) Tracé du spectre et de la phase de $x[n]$:

Utilisez les valeurs calculées pour $|X(k)|$ et $\angle X(k)$ pour tracer le spectre et la phase en fonction de k.



d) Détermination de la TFD inverse de $Z[k] = [4, -2j, 0, 2j]$:

La TFD inverse $z[n]$ de $Z[k]$ est donnée par la formule:

$$z[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} Z[k] \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

Pour $Z[k] = [4, -2j, 0, 2j]$ avec $N = 4$, la TFD inverse $z[n]$ devient:

$$z[n] = \frac{1}{4}\left(4 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}n} - 2j \cdot e^{j\pi n} + 0 \cdot e^{j\frac{3\pi}{2}n} + 2j \cdot e^{j2\pi n}\right)$$

La Transformée de Fourier Discrète inverse (TFDI) de la séquence $Z[k] = [4, -2j, 0, 2j]$ est :

$$x[n] = \begin{cases} 1 + 0j & \text{pour } n = 0 \\ 2 + 0j & \text{pour } n = 1 \\ 1 + 0j & \text{pour } n = 2 \\ 0 + 0j & \text{pour } n = 3 \end{cases}$$

<u>Exercice n°2</u>: (4 pts)

Soit un bloc d'image en niveaux de gris donné par la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} 50 & 75 & 100 & 125 & 150 \\ 175 & 200 & 50 & 25 & 75 \\ 100 & 125 & 150 & 175 & 200 \end{bmatrix}$$

a) Appliquez un seuillage simple avec un seuil de 100 et indiquez les valeurs des pixels après le seuillage.

- Si le pixel ≤ 100 on affecte le **0**. Si non on affecte le **1**.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

b) Quel est l'objectif principal du seuillage dans le contexte du traitement d'images médicales ?

Segmenter les structures d'intérêt.

c) Quel est un autre terme utilisé pour décrire le seuillage des images médicales ?

Un autre terme pour décrire le seuillage des images médicales est la binarisation.

<u>Exercice n°3</u>: (4 pts)

Soit un filtre numérique décrit par la fonction de transfert :

$$H(z) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{4}z^{-2}$$

a) Déterminer l'équation aux différences du filtre ?

b) Déterminer sa réponse impulsionnelle ?

c) Préciser le type de filtre : RIF ou RII. Justifier ?

d) Le filtre est-il stable ? Justifier ?

NB : On donne la formule suivante :

$$X(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) z^{-k}$$

Correction n°3 :

(a) Équation aux différences du filtre :

La fonction de transfert $H(z)$ peut être utilisée pour obtenir l'équation aux différences. Étant donné que $H(z)$ est une somme de termes multiples de z^{-k}, où k est un entier positif, cela indique qu'il s'agit d'un filtre FIR (Finite Impulse Response).

$$H(z) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{4}z^{-2}$$

L'équation aux différences pour un filtre FIR est simplement la somme pondérée des entrées passées :

$$y[n] = \frac{1}{4}x[n] + \frac{1}{2}x[n-1] + \frac{1}{4}x[n-2]$$

(b) Réponse impulsionnelle :

La réponse impulsionnelle $h[n]$ est obtenue en prenant la transformée en z^{-1} inverse de $H(z)$. Pour ce filtre FIR, $h[n]$ est équivalent à l'équation aux différences.

$$h[n] = \frac{1}{4}\delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n-1] + \frac{1}{4}\delta[n-2]$$

(c) Type de filtre : RIF ou IIR :

Le filtre décrit est de type **RIF (Réponse Impulsionnelle Finie)**, car il a une réponse impulsionnelle de longueur finie.

(d) Diagramme des pôles et des zéros :

Étant donné que c'est un filtre FIR, il n'a que des zéros. Les zéros se trouvent aux positions inverses des puissances négatives de z dans $H(z)$. Pour ce filtre, les zéros sont en $z = 0.5$ (racines carrées de 0.25 et 0.25).

(e) Stabilité du filtre :

Les filtres FIR sont toujours stables. Dans ce cas, la stabilité est assurée en raison de l'absence de pôles (puisqu'il s'agit d'un filtre FIR). Les pôles déterminent la stabilité d'un filtre IIR (Infinite Impulse Response), mais ici, il n'y a pas de pôles à considérer. Ainsi, le filtre est stable.